

***Contrôle Continu Algèbre Linéaire - MI-MP - 10 Février
2025***

1h - documents et calculatrice interdites

Exercice 1

- 1) Écrire les vecteurs $\vec{e}_1$ et $\vec{e}_2$ de la base canonique de $\mathbb{R}^2$ comme combinaison linéaire de $\vec{f}_1 = (-1, 1)$ et $\vec{f}_2 = (2, 1)$.
2) Écrire le vecteur $(-1, 3)$ comme combinaison linéaire de $\vec{f}_1$ et $\vec{f}_2$.

Exercice 2

Calculez AB lorsque c'est possible. Si ce n'est pas possible, justifiez pourquoi.

- 1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 3

- 1) Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Donnez la diagonal de A puis calculez A^n .
2) Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Calculez B^2 , B^3 puis B^n .

Exercice 4

Soit $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- 1) Rappelez la définition de la trace et Calculez la trace de A .
2) Calculez la matrice $A^2 + A - 2Id$.
3) En déduire A^{-1} .

Exercice 5

Soit $M = \begin{pmatrix} 0 & y \\ 3x-1 & y+5 \end{pmatrix}$. Calculez x et y tels que la matrice M soit antisymétrique.