

***Contrôle Continu Algèbre Linéaire - MI-MP - 13 Mars 2025***

*1h - documents et calculatrice interdites*

## Exercice 1

Soient les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{aligned} (\mathcal{S}_1) \begin{cases} 2x & -y & -2z & = 4 \\ 5x & +y & -2z & = 5 \\ -3x & & +z & = -1 \end{cases} \quad (\mathcal{S}_2) \begin{cases} 3x & -y & -z & = 1 \\ 4x & -y & +2z & = 4 \\ -5x & +y & -5z & = 2 \end{cases} \\ (\mathcal{S}_3) \begin{cases} (1+2i)x & +2y & = 1 \\ x & -iy & = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

- 1) Donner les matrices de chacun des systèmes linéaires.
- 2) Échelonner chacun des systèmes linéaires.
- 3) Pour chacun des systèmes échelonnés, lorsque c'est possible, donner les variables libres et les variables liées.
- 4) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  chacun des systèmes linéaires.

## Exercice 2

Soit  $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z + 3y = 0\}$

- 1) Montrer que  $F$  est un sous-espace vectoriel.
- 2) Soient  $\vec{u} = (1, -1, 3)$  et  $\vec{v} = (2, 1, -3)$  deux vecteurs de  $\mathbb{R}^3$ . Montrer que ces vecteurs sont linéairement indépendants.
- 3) Écrire, si possible, le vecteur  $\vec{w} = (5, -3, 9)$  comme combinaison linéaire de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
- 4) Montrer que tous vecteurs de  $F$  peut être écrit comme combinaison linéaire de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

## Exercice 3

Soit  $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 \\ 6 & -3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Déterminer par l'algorithme de Gauss l'inverse de  $A$ .